Mathematische Methoden der Physik WS 19/20 – Übungszettel 5:

Universität Bielefeld
Jun.-Prof. Dr. S. Schlichting

Bearbeitung der Präsenzübungen am 12.11
Abgabe der Hausübungen am 19.11

1 Präsenzübungen:

1.1 Entwicklung in Potenzreihen

Betrachten Sie die Funktion $f(z) = \log(z)$

i) Bestimmen Sie die Darstellung der Funktion als Potenzreihe um die Punkte $z_0 = 1$ und $z_0 = i$

ii) Bestimmen Sie den Konvergenzradius der beiden Potenzreihen

1.2 Singularitäten und Laurentreihen

Betrachten Sie die Funktionen $f_1(z) = \frac{z^6+1}{z^2+1}$, $f_2(z) = \frac{1}{\cos(z)}$

i) Bestimmen Sie die Singularitäten der Funktion $f_1(z)$ und $f_2(z)$ und klassifizierien Sie diese hinsichtlich Ihrer Ordnung

   [Hinweis: Verwenden Sie den Satz von l'Hopital]

Satz von L'Hopital

Sei $g(z)$ und $h(z)$ holomorph auf einem Gebiet $G \subset \mathbb{C}$ und $z_0 \in G$ mit $g(z_0) = h(z_0) = 0$ und $g'(z_0) \neq 0$ und $h'(z_0) \neq 0$, dann gilt entsprechend des Satz von L'Hopital

$$\lim_{z \to z_0} \frac{g(z)}{h(z)} = \frac{g'(z)}{h'(z)}$$

2 Hausübungen:

2.1 Berechnung von Kontourintegralen mit Laurentreihen

Betrachten Sie die Funktion $f(z) = \exp(-1/z)$

i) Bestimmen Sie die Darstellung der Funktion als Laurentreihe um den Punkt $z_0 = 0$

ii) Benutzen Sie die Darstellung der Funktion als Laurentreihe um das Kontourintegral $\oint_{\partial K_R(0)} f(z)dz$ zu bestimmen

2.2 Singularitäten und Laurentreihen

Betrachten Sie die Funktionen $f(z) = \frac{\sin(z-\pi)}{(z-\pi)^2}$, $g(z) = \sin(1/z)$ und $h(z) = \frac{\tan(z)}{z}$

i) Bestimmen Sie die Singularitäten der Funktionen $f(z)$,$g(z)$ und $h(z)$ und klassifizierien Sie diese hinsichtlich Ihrer Ordnung

ii) Entwickeln Sie $f(z)$ in eine Laurentreihe um $z_0 = \pi$ und bestimmen Sie den Konvergenzbereich der Laurentreihe

[Hinweis: Eine Laurentreihe konvergiert genau dann wenn ihr Haupt- und Nebenteil konvergieren]